

A-OSA

1. Laske $2 \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{4} : \frac{2}{5}$. (3 p.)

$$\begin{aligned} 2 \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{4} : \frac{2}{5} &= \frac{2}{1} \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{2} \\ &= \overset{2)}{\frac{6}{4}} - \frac{5}{8} \\ &= \frac{12}{8} - \frac{5}{8} \\ &= \frac{7}{8} \end{aligned}$$

2. Laske (3 p.)

a) $-4^2 = \underline{\underline{-16}}$

b) $2 \cdot 3^2 = 2 \cdot 9 = \underline{\underline{18}}$

c) $\frac{3^{72}}{3^{74}} = 3^{72-74} = 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \underline{\underline{\frac{1}{9}}}$

3. Ratkaise yhtälö $1 - 3(2 - 2x) = 7 - 2x$. (2 p.)

$$\begin{aligned} 1 - 3(2 - 2x) &= 7 - 2x \\ 1 - 6 + 6x &= 7 - 2x \\ 8x &= 7 - 1 + 6 \\ 8x &= 12 \quad || : 8 \\ x &= \frac{12}{8} \\ x &= \underline{\underline{\frac{3}{2}}} \end{aligned}$$

4. Ratkaise yhtälö $3^x - 27 = 0$. (2 p.)

$$\begin{aligned} 3^x - 27 &= 0 \\ 3^x &= 27 \\ 3^x &= 3^3 \\ \underline{\underline{x}} &= \underline{\underline{3}} \end{aligned}$$

5. Ratkaise yhtälö $4x^2 = 16$. (2 p.)

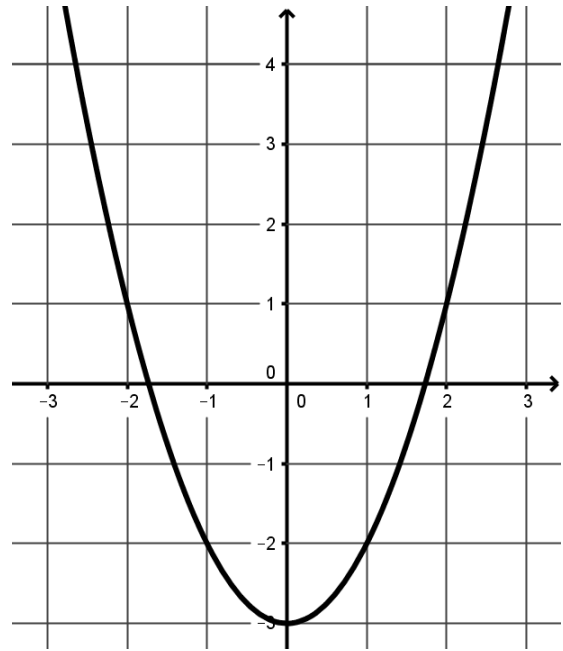
$$\begin{aligned} 4x^2 &= 16 \quad || : 4 \\ x^2 &= 4 \quad || \sqrt{} \\ \underline{\underline{x}} &= \underline{\underline{-2}} \quad \text{tai} \quad \underline{\underline{x}} = \underline{\underline{2}} \end{aligned}$$

B-OSA

1. Vieressä on funktion $f(x)$ kuvaaja. Vastaa kuvaajan perusteella,

- a) Mitä on $f(-1)$
- b) Mikä on funktion arvo kohdassa nolla?
- c) Millä muuttujan arvoilla $f(x) = 1$

- a) $f(-1) = \underline{\underline{-2}}$
- b) $f(0) = \underline{\underline{-3}}$
- c) $f(x) = 1$, kun $\underline{\underline{x = -2}}$ tai $\underline{\underline{x = 2}}$



2. Lukujonossa $a_1 = 5$, $a_2 = 3$ ja $a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2}$, kun $n \geq 3$.
Kuvaa koordinaatistossa lukujonon 5 ensimmäistä lukua.

Lasketaan jonon viisi ensimmäistä jäsentä:

$$a_1 = 5$$

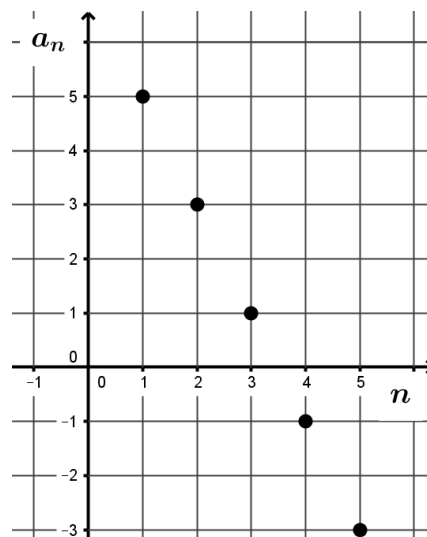
$$a_2 = 3$$

$$\begin{aligned} a_3 &= 2a_{3-1} - a_{3-2} \\ &= 2a_2 - a_1 \\ &= 2 \cdot 3 - 5 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_4 &= 2a_3 - a_2 \\ &= 2 \cdot 1 - 3 \\ &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_5 &= 2a_4 - a_3 \\ &= 2 \cdot (-1) - 1 \\ &= -3 \end{aligned}$$

Sijoitetaan viisi ensimmäistä lukua, 5, 3, 1, -1 ja -3, koordinaatistoon:



3. Polttoaineen hinta nousee 8,2 %. Kuinka monta prosenttia hinnan pitäisi tämän jälkeen laskea, jotta se palaisi alkuperäiseksi?

a = alkuperäinen polttoaineen hinta
 k = hinnan alenemisprosenttikerroin

$$\begin{aligned}1,082a \cdot k &= a \quad ||: a \\1,082k &= 1 \quad ||: 1,082 \\k &= 0,924214\dots\end{aligned}$$

Hinnan pitäisi tulla 0,924214... – kertaiseksi eli laskea
 $1 - 0,924214 = 0,0757855\dots \approx \underline{\underline{7,6\%}}$

4. Ydinvoimalaonnettomuuksissa vapautuvan radioaktiivisen cesium 137-isotoopin puoliintumisaika on 30 vuotta. Ydinjätettä on nyt a (kg).

- a) Kuinka monta prosenttia jätteestä hajoaa vuodessa?
b) Kuinka monta prosenttia jätteestä on jäljellä 20 vuoden kuluttua?
c) Kuinka monen vuoden kuluttua jätteestä on jäljellä alle 10 %?

a)
 a = ydinjätteen määrä alussa
 k = jätteen vuotuinen vähenemiskerroin

$$\begin{aligned}a \cdot k^{30} &= 0,5a \quad ||: a \quad (\text{puoliintuu 30 vuodessa}) \\k^{30} &= 0,5 \quad || \sqrt[30]{} \\k &= \pm \sqrt[30]{0,5} \quad (\text{negatiivinen ratkaisu hylätään nyt}) \\k &= 0,977159\dots \quad \Rightarrow \text{Vuodessa jätteestä hajoaa } 1 - 0,977159\dots \approx 0,02283\dots \approx \underline{\underline{2,3\%}}\end{aligned}$$

b)
20 vuoden kuluttua jätettä on jäljellä

$$\begin{aligned}k^{20} \cdot a &= 0,977159\dots^{20} \cdot a \\&= 0,62996\dots \cdot a \quad \text{eli } \underline{\underline{\text{n. 63\% alkuperäisestä määrästä}}}\end{aligned}$$

c) Olkoon kysytyt vuodet x .

$$\begin{aligned}k^x \cdot a &= 0,1 \cdot a \quad ||: a \\0,977159\dots^x &= 0,1 \quad || \log_{0,977159} \\x &= 99,6578\dots \quad \underline{\underline{\text{Vastaus: 100 vuoden kuluttua}}}\end{aligned}$$

5. Laske summa $2+5+8+\dots+236$.

Kyseessä on aritmeettisen lukujonon summa, $d = 5 - 2 = 3$.

Lasketaan, kuinka mones jäsen luku 236 on jonossa:

$$\begin{aligned}a_n &= a_1 + (n-1) \cdot d \\236 &= 2 + (n-1) \cdot 3 \\236 &= 2 + 3n - 3 \\-3n &= -237 \quad || :(-3) \\n &= 79 \quad \text{eli } 79. \text{ jäsen}\end{aligned}$$

Summan arvo:

$$\begin{aligned}S_n &= n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2} \\S_{79} &= 79 \cdot \frac{2 + 236}{2} = \underline{\underline{9401}}\end{aligned}$$

6. Maija tavoitteena on poimia 4 viikon ajan jokaisena päivänä mansikoita 5 % enemmän kuin edellisenä päivänä. Ensimmäisenä päivänä hän poimii 2 kg. Jos Maija pysyy tavoitteessaan, niin kuinka paljon hän poimii

- a) viimeisenä poimintapäivänä?
- b) neljässä viikossa yhteensä mansikoita?

a) Poimintamäärät $2; 2 \cdot 1,05; 2 \cdot 1,05^2; \dots$ muodostavat geometrisen lukujonon, $q = 1,05$. Viimeisenä eli 28. päivänä Maija poimii mansikkaa

$$2 \cdot 1,05^{28-1} = 2 \cdot 1,05^{27} = 7,4669\dots \approx \underline{\underline{7,5 \text{ kg}}}$$

b) Yhteensä Maija poimii mansikkaa

$$S_{28} = \frac{2 \cdot (1 - 1,05^{28})}{1 - 1,05} = 116,8051\dots \approx \underline{\underline{120 \text{ kg}}}$$