

Ratkaisut

MAA2 – VÄLITESTI4

Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisumonisteen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Jos sait vähintään 9/12 pistettä, olet valmis siirtymään seuraavaan osioon!

1. Ratkaise epäyhtälö $x^2 - 2x \leq 3$

- a) Graafisesti [tämän GeoGebra-tiedoston](#) avulla
- b) Algebrallisesti (ratkaisemalla ensin nollakohdat...)

a) Suoraan funktion $f(x) = x^2 - 2x - 3$ kuvaajasta $-1 \leq x \leq 3$ (1 p.)

b)

$$x^2 - 2x \leq 3$$

$$x^2 - 2x - 3 \leq 0$$

Nollakohdat:

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

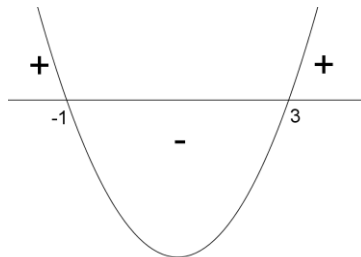
$$x = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2}$$

$$x = \frac{2 \pm 4}{2}$$

$$x = -1 \quad \text{TAI} \quad x = 3 \quad (1 \text{ p.})$$

Kyseessä on ylöspäin aukeneva paraabeli, jolla on nollakohdat -1 ja 3:



Mallikuvasta päätellen vastaus on $-1 \leq x \leq 3$

(2 p.)

2. Ratkaise epäyhtälö $5x^2 - 6x + 2 \leq 0$.

a) Graafisesti ed. tehtävässä käytetyn GeoGebra-tiedoston avulla

b) Algebrallisesti

a) Suoraan funktion $f(x) = 5x^2 - 6x + 2$ kuvaajasta huomataan että epäyhtälö ei toteudu millään x :n arvolla. (1 p.)

b) Koska $D = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 2 = -4 < 0$, niin yhtälöllä $5x^2 - 6x + 2 = 0$ ei ole nollakohtia, joten ylöspäin aukeava paraabeli $f(x) = 5x^2 - 6x + 2$ on kaikilla muuttujan x arvoilla x - akselin yläpuolella eli $5x^2 - 6x + 2 > 0$ kaikilla muuttujan x arvoilla, siksi epäyhtälö $5x^2 - 6x + 2 \leq 0$ ei toteudu millään muuttujan x arvolla. (3 p.)

3. Millä vakion m arvoilla yhtälöllä $mx^2 - x - 1 = 0$ on yksi tai useampi reaalijuuri? Kokeile löytää oikea ratkaisu graafisesti edellisissä tehtävissä käytetyn GeoGebra-tiedoston avulla.

Oikea ratkaisu GeoGebran avulla

(1 p.)

(1) Jos $m = 0$, niin saamme yhtälön $-x - 1 = 0$, jolla on yksi juuri. (jos tämä kohta puuttuu, muuten oikein => 3 p)

(2) Jos $m \neq 0$ ja $D \geq 0$, niin yhtälöllä $mx^2 - x - 1 = 0$ on ainakin yksi reaalijuurta. Saamme

$$D \geq 0 \Leftrightarrow (-1)^2 - 4 \cdot m \cdot (-1) \geq 0 \Leftrightarrow 4m + 1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{1}{4}.$$

Yhdistämällä kohdat (1) ja (2) saamme $m \geq -\frac{1}{4}$ tai $m = 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{1}{4}$.

Vastaus: $m \geq -\frac{1}{4}$ (3 p.)