

Ratkaisut

MAA2 – VÄLITESTI5

Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisumonisteen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Jos sait vähintään 9/12 pistettä, olet valmis siirtymään seuraavaan osioon!

1. Ratkaise yhtälö $2x^3 - 2x^2 - 4x = 0$ (4 p.)

$$2x^3 - 2x^2 - 4x = 0 \otimes$$

$$2x(x^2 - x - 2) = 0$$

$$2x = 0 \text{ tai } x^2 - x - 2 = 0 \quad (\text{ratkaisukaavalla!}) \quad (1 \text{ p.})$$

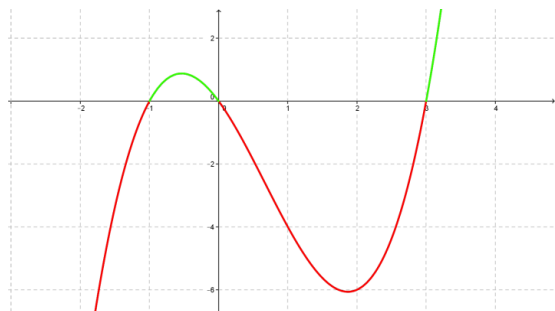
$$\underline{\underline{x = 0 \text{ tai } x = -1 \text{ tai } x = 2}} \quad (3 \text{ p.})$$

2. Millä muuttujan x arvoilla funktio $f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x$ saa negatiivisia arvoja?

a) Ratkaise graafisesti laskimen tai GeoGebran avulla (1 p.)

b) Ratkaise algebrallisesti (luomalla merkkikaavio) (3 p.)

a) Kuvaajan perusteella näyttäisi että funktio saa negatiivisia arvoja, kun $x < -1$ tai $0 < x < 3$ (1 p.)



b)

Ratkaistaan ensin funktion nollakohdat:

$$x^3 - 2x^2 - 3x = 0$$

$$x(x^2 - 2x - 3) = 0$$

$$x(x-3)(x+1) = 0$$

$$x = 0 \text{ tai } x = 3 \text{ tai } x = -1 \quad (1 \text{ p.})$$

Koska kyseessä on jatkuva funktio (kaikki polynomit ovat jatkuvia), riittää laskea yksi funktion arvo kullakin merkkikaavion välillä. Esimerkiksi:

$$f(-2) = (-2)^3 - 2(-2)^2 - 3(-2) \quad (\text{merkitään miinus-merkki ekaan ruutuun})$$

$$= -8 - 8 + 6 = -10$$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 - 2\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 3\left(-\frac{1}{2}\right) \quad (\text{merkitään plus-merkki toiseen ruutuun})$$

$$= -\frac{1}{8} - \frac{4}{8} + \frac{12}{8} = \frac{7}{8}$$

$$f(2) = (2)^3 - 2(2)^2 - 3(2) \quad (\text{merkitään miinus-merkki kolmanteen ruutuun})$$

$$= 8 - 8 - 6 = -6$$

$$f(4) = (4)^3 - 2(4)^2 - 3(4) \quad (\text{merkitään plus-merkki neljänteen ruutuun})$$

$$= 64 - 32 - 12 = 20$$

Merkkikaavio on siis: (1 p.)

-1	0	3	
-	+	-	+

Vastaus: Merkkikaavion perusteella funktio saa negatiivisia arvoja, kun $\underline{x < -1}$ tai $\underline{0 < x < 3}$ (1 p.)

3. Supista murtolauseke $\frac{2x^3 - 12x^2}{x^4 - 5x^3 - 6x^2}$ (4 p.)

$$\frac{2x^3 - 12x^2}{x^4 - 5x^3 - 6x^2} = \frac{2x^2(x-6)}{x^2(x^2 - 5x - 6)} \quad (1 \text{ p.})$$

$$= \frac{2x^2(x-6)}{x^2(x-6)(x+1)} \quad (1 \text{ p.})$$

$$= \frac{2}{\underline{x+1}} \quad (1 \text{ p.})$$

$$x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$x = -1 \quad \text{tai} \quad x = 6 \quad (\text{ratk.kaavalla}) \quad (1 \text{ p.})$$