

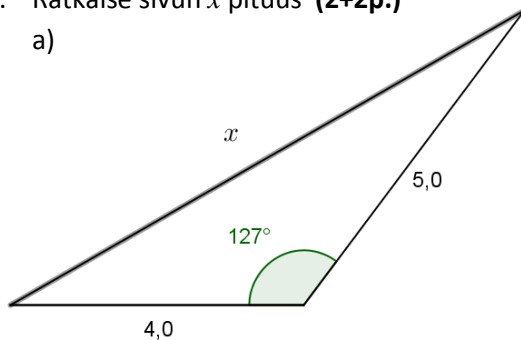
# Ratkaisut

## MAA3 – VÄLITESTI 3

Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisumonisteen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Jos sait vähintään 9/12 pistettä, olet valmis siirtymään seuraavaan osioon! Kertaa tarvittaessa.

1. Ratkaise sivun  $x$  pituus (2+2p.)

a)



**Ratkaisu:**

Kosinilauseella saadaan

$$x^2 = 4^2 + 5^2 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \cos 127^\circ$$

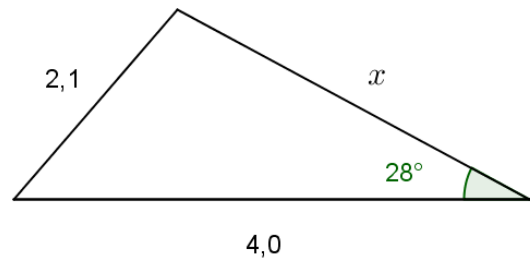
$$x^2 = 41 - 40 \cdot \cos 127^\circ$$

$$x = \sqrt{41 - 40 \cdot \cos 127^\circ}$$

$$x \approx 8,1$$

(2p.)

b)



**Ratkaisu:**

Kosinilauseella saadaan

$$2,1^2 = 4^2 + x^2 - 2 \cdot 4 \cdot x \cdot \cos 28^\circ$$

$$x^2 - (8 \cos 28^\circ)x + 11,59 = 0$$

Käytetään toisen asteen yhtälön ratkaisukaavaa

(tai laskimen solve)

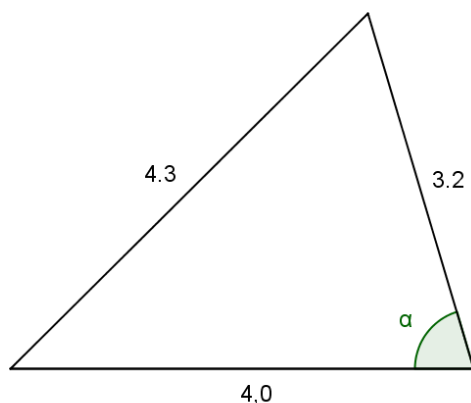
$$a = 1, \quad b = 8 \cos 28^\circ, \quad c = 11,59$$

⋮

$$x = 2,59182... \text{ tai } x = 4,47176...$$

Mahdollisia vastauksia on siis kaksi. Kuvan perusteella näyttäisi että kysytty sivu  $x$  on pienempi kuin 4, joten  $x \approx 2,6$ . (Tehtävä oltaisiin voitu ratkaista myös käyttämällä **sinilauseetta**) (2p.)

2. Ratkaise kulman  $\alpha$  suuruus (2p.)



**Ratkaisu:**

Kosinilauseella saadaan

$$4,3^2 = 4^2 + 3,2^2 - 2 \cdot 4 \cdot 3,2 \cdot \cos \alpha$$

$$18,49 = 26,24 - 25,6 \cdot \cos \alpha$$

$$-25,6 \cdot \cos \alpha = -7,75$$

$$\cos \alpha = \frac{-7,75}{-25,6}$$

$$\alpha \approx 72,4^\circ$$

**Vastaus:**  $\alpha \approx 72,4^\circ$  (2p.)

3. Anna on rannalla paikassa A ja Benjamin paikassa B. Anna katsoo Benjaminin suuntaan ja näkee järvellä purjeveeneen  $50,0$  asteen kulmassa janaan AB nähden ja Benjamin Annan suuntaan katsoessa näkee saman purjeveeneen samaan aikaan  $72,0$  asteen kulmassa. Janan AB pituus on metrin tarkkuudella yksi kilometri. Kuinka kaukana vene on paikasta A? (3p)

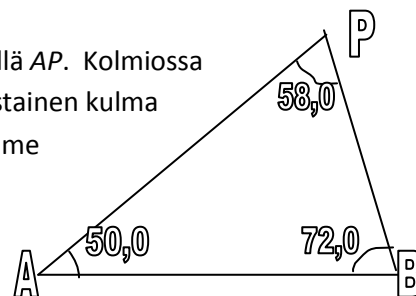
**Ratkaisu:**

Purjevene on paikassa P, jolloin vene on paikasta A etäisyydellä AP. Kolmiossa ABP janan AP vastainen kulma on  $72,0$  astetta ja janan AB vastainen kulma on  $180^\circ - 50,0^\circ - 72,0^\circ = 58,0^\circ$ . Sinilauseetta käyttäen saamme

$$\frac{AP}{\sin 72,0^\circ} = \frac{AB}{\sin 58,0^\circ}$$

$$\Leftrightarrow AP = \frac{\sin 72,0^\circ \cdot AB}{\sin 58,0^\circ}$$

$$= \frac{\sin 72,0^\circ \cdot 1000}{\sin 58,0^\circ} = 1121,465\dots \approx 1120.$$



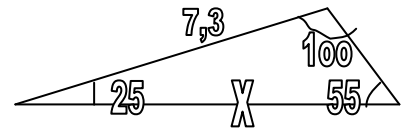
**Vastaus:** 1120 m. (3p)

4. Kolmion kaksi kulmaa ovat  $25,0$  astetta ja  $55,0$  astetta ja jälkimmäisen kulman vastainen sivu on  $7,3$  cm. Laske kolmion ala. (3p)

**Ratkaisu:**

Oheisesta kuviosta kolmion kolmanneksi kulmaksi  $180^\circ - 25^\circ - 55^\circ = 100^\circ$ , joten sivun  $x$  saamme sinilauseella:

$$\frac{x}{\sin 100^\circ} = \frac{7,3}{\sin 55^\circ} \Leftrightarrow x = \frac{7,3 \cdot \sin 100^\circ}{\sin 55^\circ} = 8,776266\dots,$$

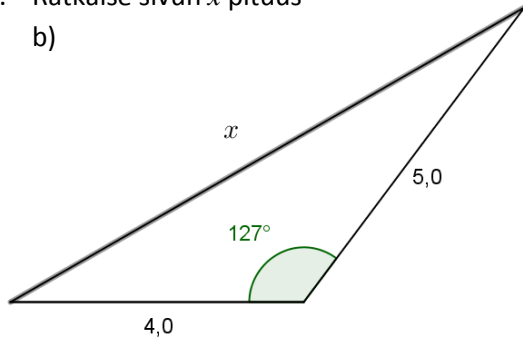


joten kolmion ala on  $\frac{7,3 \cdot (8,7762\dots) \cdot \sin 25}{2} = 13,5378\dots \approx 13,5$  neliösenttimetriä.

**Vastaus:**  $13,5$  neliösenttimetriä. (3p)

5. Ratkaise sivun  $x$  pituus

b)



**Ratkaisu:**

Kosinilauseella saadaan

$$x^2 = 4^2 + 5^2 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \cos 127^\circ$$

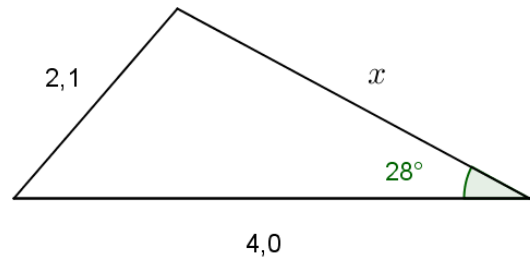
$$x^2 = 41 - 40 \cdot \cos 127^\circ$$

$$x = \sqrt{41 - 40 \cdot \cos 127^\circ}$$

$$x \approx 8,1$$

**(2p.)**

b)



**Ratkaisu:**

Kosinilauseella saadaan

$$2,1^2 = 4^2 + x^2 - 2 \cdot 4 \cdot x \cdot \cos 28^\circ$$

$$x^2 - (8 \cos 28^\circ)x + 11,59 = 0$$

Käytetään toisen asteen yhtälön ratkaisukaavaa

(tai laskimen solve)

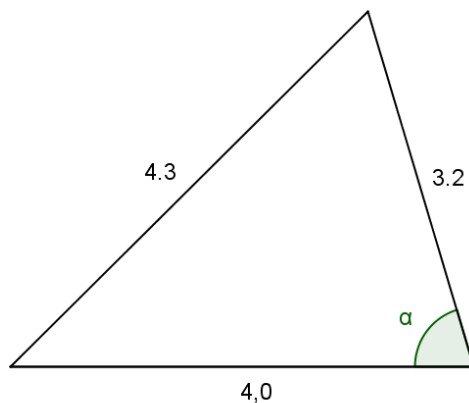
$$a = 1, \quad b = 8 \cos 28^\circ, \quad c = 11,59$$

:

$$x = 2,59182... \text{ tai } x = 4,47176...$$

Mahdollisia vastauksia on siis kaksi. Kuvan perusteella näyttäisi että kysytty sivu  $x$  on pienempi kuin 4, joten  $x \approx 2,6$ . (Tehtävä oltaisiin voitu ratkaista myös käyttämällä sinilauseetta) **(2p.)**

6. Ratkaise kulman  $\alpha$  suuruus



**Ratkaisu:**

Kosinilauseella saadaan

$$4,3^2 = 4^2 + 3,2^2 - 2 \cdot 4 \cdot 3,2 \cdot \cos \alpha$$

$$18,49 = 26,24 - 25,6 \cdot \cos \alpha$$

$$-25,6 \cdot \cos \alpha = -7,75$$

$$\cos \alpha = \frac{-7,75}{-25,6}$$

$$\alpha \approx 72,4^\circ$$

**Vastaus:**  $\alpha \approx 72,4^\circ$  (2p.)