

MAA3 (Geometria)

Välitesti 5 – ratkaisut ja pisteytysohje

Tarkista ja pisteytä tehtäväpaperiin tai vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisumonisteen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Jos sait vähintään 9/12 pistettä, olet valmis siirtymään seuraavaan osioon!

1. Hernekeittoa myydään yhdenmuotoisissa 2 dl ja 4 dl suuruisissa purkeissa. Pienemmän purkin korkeus on 8 cm. Kuinka korkea on suurempi purkki? (3 p.)

Merkitään suuremman purkin korkeutta = x .

Tilavuuksien suhde on mittakaavan kuutio:

$$\frac{2}{4} = \left(\frac{8}{x}\right)^3 \quad (2 \text{ p.})$$

$$\frac{1}{2} = \frac{512}{x^3}$$

$$x^3 = 1024 \parallel \sqrt[3]{\quad}$$

$$x = 10,0793\dots$$

$$\underline{\underline{x \approx 10,1 \text{ cm}}} \quad (1 \text{ p.})$$

2. Ympyräkartio on puolipallon sisällä siten, että kartion pohjaympyrä yhtyy puolipallon pohjaympyrään. Lisäksi kartion huippupiste on puolipallon pinnalla. Laske puolipallon ja kartion tilavuuksien suhde. (4 p.)

Koska pohjaympyröillä on sama keskipiste, niin puolipallon säde r on sama kuin kartion korkeus ja kartion pohjaympyrän säde on puolipallon säde r . Nyt saamme kysytyksi suhteeksi:

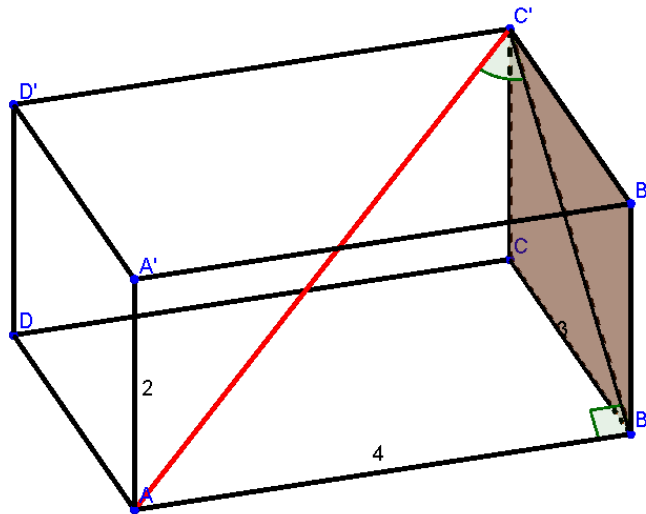
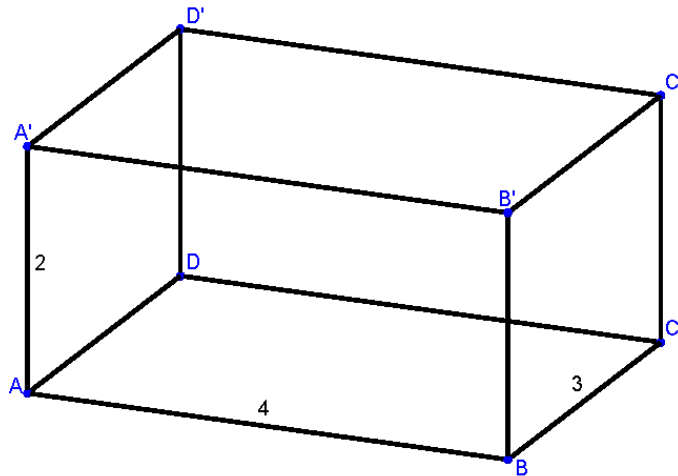
$$\frac{V_{\text{kartio}}}{V_{\text{puolipallo}}} = \frac{\frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h}{\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3} \quad (2 \text{ p.})$$

$$= \frac{\frac{1}{3} \cancel{\pi} \cancel{r^2} \cdot r}{\frac{2}{3} \cancel{\pi} \cancel{r^3}}$$

$$= \frac{1}{3} : \frac{2}{3}$$

$$= \frac{1}{2} \quad (2 \text{ p.})$$

3. a) Laske kuvan suorakulmaisen särmiön avaruuslävistäjän AC' pituuden tarkka arvo. (2 p.)
- b) Laske särmiön kärjestä A lähtevän avaruuslävistäjän ja tahkon $BCC'B'$ välinen kulma asteen kymmenesosan tarkkuudella. (3 p.)



a) $|AC'| = \sqrt{4^2 + 3^2 + 2^2} = \underline{\underline{\sqrt{29}}}$ (2 p.)

b) Kysytty kulma on suorakulmaisen kolmion ABC' kulma C' . Merkitään $\alpha = \sphericalangle C'$. (1 p.)

$$\sin \alpha = \frac{4}{\sqrt{29}} \quad \parallel \sin^{-1} \quad (1 \text{ p.})$$

$$\alpha = 47,9688\dots^\circ$$

$$\alpha \approx \underline{\underline{48,0^\circ}} \quad (1 \text{ p.})$$