**Ratkaisut**

MAA4 – VÄLITESTI 4

**Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisumonisteen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Jos sait vähintään 9/12 pistettä, olet valmis siirtymään seuraavaan osioon! Kertaa tarvittaessa.**

1. Ratkaise [**tämän**](http://tube.geogebra.org/student/mLuxNw1TR) sovelluksen avulla, millä vakion a arvolla suorat  ja ovat yhdensuuntaiset. (**3p.**)

*Ratkaisu:*

Kuvaajan perusteella suorat näyttäisivät olevan yhdensuuntaiset, kun a = 0 tai a = 2. (**3p.**)

1. Ratkaise algebrallisesti (ilman sovellusta), millä vakion a arvolla suorat  ja  ovat yhdensuuntaiset. (**3p.**) (*Taso: HYVÄ*)

*Ratkaisu:*

1. Muutetaan suoran yhtälöt ratkaistuun muotoon:

 

Kulmakertoimet ovat siten  ja . Suorat ovat yhdensuuntaiset, jos niiden kulmakertoimet ovat samat. Saadaan yhtälö:



Vastaus: suorat ovat yhdensuuntaiset, kun a = 0 tai a = 2.

1. Ratkaise [**tämän**](http://tube.geogebra.org/student/mOH6vwAxN) sovelluksen avulla, millä vakion a arvolla suora  on ympyrän tangentti. (**3p.**)

*Ratkaisu:*

Kuvaajan perusteella näyttäisi siltä, että *suora*  on ympyrän  tangentti, kun a = 4. (**3p.**)

1. Ratkaise algebrallisesti (ilman sovellusta), millä vakion *a* arvolla suora  on ympyrän tangentti. (**3p.**) (*Taso: KIITETTÄVÄ)*

*Ratkaisu:*

Suora on ympyrän tangentti, kun suoralla ja ympyrällä on tasan yksi leikkauspiste. Ratkaistaan leikkauspisteet yhtälöparin avulla:



Muutetaan ympyrän yhtälö normaalimuotoon ja suoran yhtälö ratkaistuun muotoon:



Sijoitetaan  ympyrän yhtälöön:



Kyseessä on toisen asteen yhtälö x:n suhteen, jolla on täsmälleen yksi ratkaisu, kun diskriminantti saa arvon nolla



Ratkaisu *a* = 0 ei käy, koska tällöin yhtälö  ei esitä ympyrää (vaan pistettä (0,0)).

**Vastaus:** *a* = 4 (**3p.**)