

Ratkaisut

MAA4 – VÄLITESTI 5

Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisumonisteen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta. Jos sait vähintään 9/12 pistettä, olet valmis siirtymään seuraavaan osioon! Kertaa tarvittaessa.

1. Osoita, että suorat $x + 4y - 12 = 0$ ja $4x - y + 8 = 0$ ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan. (4p.)

Ratkaisu

Muunnetaan suorien yhtälöt ratkaistuun muotoon

$$x + 4y - 12 = 0 \Leftrightarrow 4y = -x + 12 \quad || :4 \Leftrightarrow y = -\frac{x}{4} + 3$$

$$4x - y + 8 = 0 \Leftrightarrow y = 4x + 8$$

Kulmakertoimien tulo = -1 , joten suorat ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan

Vastaus: Väite on osoitettu oikeaksi (4p.)

2. Määritä pisteen $(2, -3)$ etäisyys suorasta $y = \frac{1}{2}x - \frac{2}{3}$. (4p.)

Ratkaisu

Muutetaan suoran yhtälö normaalimuotoon: $-\frac{1}{2}x + y + \frac{2}{3} = 0$

Ratkaistaan etäisyys pisteen etäisyys suorasta –laskukaavalla:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{|-\frac{1}{2} \cdot 2 + 1 \cdot (-3) + \frac{2}{3}|}{\sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 1^2}} = \frac{|-\frac{10}{3}|}{\sqrt{\frac{5}{4}}} = \frac{\frac{10}{3}}{\frac{\sqrt{5}}{2}} = \frac{20}{3\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{3}$$

Vastaus: $\frac{4\sqrt{5}}{3}$ (myös muoto $\frac{20}{3\sqrt{5}}$ käy vastaukseksi) (4p.)

3. Millä vakion a arvolla suoran $y = ax - 2$ ja paraabelin $y = \frac{x^2}{2} - 5x + 5a$

leikkauspisteen x -koordinaatti on 2? Määritä molemmat leikkauspisteet. Tutki tehtävää ensin [tämän](#) sovelluksen avulla. (4p.)

Ratkaisu

$$\frac{x^2}{2} - 5x + 5a = ax - 2 \quad || \cdot 2 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 10a = 2ax - 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 - (2a + 10)x + 10a + 4 = 0$$

Sijoitetaan yhtälöön $x = 2$ ja ratkaistaan a :

$$4 - 4a - 20 + 10a + 4 = 0 \Leftrightarrow 6a = 12 \quad || :6 \quad \Leftrightarrow a = 2$$

Ratkaistaan leikkauspisteiden x -koordinaatit yhtälöstä

$$\frac{x^2}{2} - 5x + 10 = 2x - 2 \quad || \cdot 2 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 20 = 4x - 4 \Leftrightarrow x^2 - 14x + 24 = 0$$

$$x = \frac{14 \pm \sqrt{196 - 96}}{2} = \frac{14 \pm \sqrt{100}}{2} = \frac{14 \pm 10}{2} \Leftrightarrow x = 7 \pm 5 \Leftrightarrow x = 12 \vee x = 2$$

Sijoitetaan x -koordinaattien arvot suoran yhtälöön

$$y = 2 \cdot 12 - 2 = 22 \quad y = 2 \cdot 2 - 2 = 2$$

Vastaus: $a = 2$, leikkauspisteet: $(2, 2)$ ja $(12, 22)$ (4p.)